

На правах рукописи

Курбанова Вероника Рауфовна

**Динамика релятивистских частиц со спином
в поле гравитационного излучения**

01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань – 2004

Работа выполнена на кафедре теории относительности и гравитации

Казанского государственного университета им.

В.И. Ульянова-Ленина Министерства образования и науки РФ

Научный руководитель: доктор физико-математических наук

профессор Балакин Александр Борисович

Официальные оппоненты:

— доктор физико-математических наук

профессор Мельников Виталий Николаевич

— кандидат физико-математических наук

доцент Попов Аркадий Александрович

Ведущая организация: Томский государственный университет

Защита состоится “28” октября 2004 года в “14³⁰” часов на заседании диссертационного совета Д212.081.15 в Казанском государственном университете им. В.И. Ульянова-Ленина по адресу: 420008, г.Казань, ул.Кремлевская, д.18.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан “24” “сентября” 2004 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

Ерёмин М.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Гравитационное излучение, теоретическое предсказание существования которого пока не нашло прямого экспериментального подтверждения, является перспективным объектом теоретических исследований. Интерес к гравитационным волнам вызван, *во-первых*, тем, что пространства-времени плосковолнового типа представляют один из типов физического вакуума, и поэтому гравитационные волны часто используются в качестве фонового поля при решении различных задач как в классической, так и в квантовой теории. *Во-вторых*, по гравитационному излучению сложных астрофизических объектов можно реконструировать гравитационные поля, создаваемые этими объектами и, следовательно, структуру самих источников излучения. *В-третьих*, теоретические исследования взаимодействия гравитационных волн с материальными средами и полями как на самой Земле, так и на всем пути их распространения от источника до земной поверхности чрезвычайно важны для обоснования экспериментов по обнаружению гравитационного излучения. Положительный результат таких экспериментов станет еще одним подтверждением правильности общей теории относительности и откроет новый канал получения информации об удаленных участках Вселенной. На данный момент главным источником информации об объектах за пределами Солнечной системы являются электромагнитные волны различного диапазона. Согласно теоретическим предсказаниям, гравитационное излучение оказывает влияние и на них, изменяя как поляризацию, так и энергию фотонов, причем под воздействием гравитационного излучения энергия начинает зависеть от поляризации фотонов. Такое явление получило названия *двойного*

лучепреломления, индуцированного кривизной. Оно является примером того, что нестационарные гравитационные поля вообще и поле гравитационного излучения в частности индуцируют неравновесные явления в системах частиц, снимая вырождение по скрытым параметрам взаимодействий, присутствующим в системе изначально. К скрытым параметрам относится и спин. Учет спиновых степеней свободы в динамике частицы в гравитационном поле приводит к неминимальному обобщению уравнений движения частицы, т.е. вовлекает в рассмотрение тензор кривизны, его свертки и производные. Неминимальное описание спин-гравитационного взаимодействия *элементарных* частиц, вообще говоря, противоречит принципу эквивалентности Эйнштейна. Поэтому экспериментальное исследование поведения элементарных частиц со спином в гравитационно-волновых полях, проведенное на основании теоретических предсказаний, явилось бы одновременно и проверкой принципа эквивалентности. В связи с вышесказанным исследование эволюции частиц со спином в гравитационно-волновом поле является *актуальной задачей*.

Цель работы

Целью диссертационной работы является исследование динамики релятивистских частиц со спином и их поляризационных свойств в поле нелинейной плоской гравитационной волны (ГВ). Исследование заключается в решении следующих трех задач:

- Найти точные решения модельных уравнений динамики релятивистской частицы со спином и эволюции ее вектора поляризации в поле нелинейной плоской ГВ.
- Построить обобщение теории геодезического отклонения для двух частиц со спином во внешнем поле и найти точные решения обоб-

щенных уравнений девиации на фоне нелинейной плоской ГВ.

- В рамках кинетической теории на расширенном фазовом пространстве построить одночастичную функцию распределения как решение релятивистского кинетического уравнения, обобщенного на случай частиц со спином во внешнем поле, а также найти ее макроскопические моменты.

Методы исследования

В работе использовались методы общей теории относительности, методы классической теории частиц со спином, методы релятивистской кинетической теории на расширенном фазовом пространстве и теория дифференциальных уравнений.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования данной работы являются релятивистские частицы со спином в рамках классической теории гравитации (общей теории относительности). Предметом исследования являются динамика и поляризационные свойства релятивистских частиц со спином, а также систем таких частиц, в поле гравитационного излучения.

Научная новизна

- Найдены точные решения уравнения Баргманна-Мишеля-Телегди (БМТ), описывающего динамику вектора поляризации с учетом аномального магнитного момента, в поле нелинейной плоской ГВ и наследующих ее симметрию электромагнитных полях, представляющих собой (а) плоскую электромагнитную волну (ЭМВ) и (б) продольное магнитное поле (МП).

- В рамках неминимального обобщения эволюционных уравнений найдены точные решения уравнений динамики релятивистской частицы со спином и динамики ее вектора поляризации в поле нелинейной плоской ГВ в отсутствие электромагнитного поля. Предложена и исследована точно интегрируемая 13-мерная кинетическая модель, в которой параметр, описывающий аномальное взаимодействие спина и кривизны, является стохастической переменной.
- Построено обобщение теории геодезического отклонения для двух частиц со спином во внешнем поле. Найдены точные решения обобщенных уравнений девиации для случаев минимального и неминимального воздействия поля ГВ на частицы со спином.
- На основе точных решений уравнений динамики частицы со спином и эволюции ее вектора поляризации в поле ГВ для случаев минимального и неминимального обобщений уравнений эволюции в рамках релятивистской кинетической теории построена одночастичная двенадцатимерная функция распределения. Найдены ее макроскопические моменты, характеризующие динамику системы релятивистских частиц со спином и изменение ее поляризационных свойств.

Научная и практическая ценность

Полученные в диссертации результаты являются развитием теории многочастичных систем с дополнительными внутренними степенями свободы в нестационарных гравитационных полях. Описание явлений, возникающих в системах частиц со спином под воздействием ГВ (двойное лучепреломление, круговое и гиперболическое вращение вектора поляризации, зависимость траекторий и их отклонения от спина ча-

стиц) может иметь применение при решении проблем, связанных с моделированием экспериментов по обнаружению ГВ и интерпретацией результатов таких экспериментов.

Личный вклад автора

Постановка задачи принадлежит научному руководителю. Нахождение точных решений модельных уравнений проводилось соискателем полностью самостоятельно. Обсуждение полученных результатов и написание статей проводилось совместно с научным руководителем при активном участии соискателя.

Апробация работы

Материалы диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях, семинарах и школах: X-XV Международная летняя школа-семинар по современным проблемам теоретической и математической физики “Волга” (Казань, 1998-2003); Украинско-российская конференция по гравитации, космологии и релятивистской астрофизике (Харьков, Украина, 2000, 2003); Геометризация физики (Казань, 2001); Международная конференция по гравитации и астрофизике стран азиатско-тихоокеанского региона ICGA (Москва, 2001); Аспекты квантовой гравитации (Бад Хоннеф, ФРГ, 2002); Математика гравитации II (Варшава, Польша, 2003); Российско-украинская школа ИТФ-ИТЭФ по теоретической и математической физике (Киев, Украина, 2002, 2003); Пятая российская конференция по атмосферному электричеству (Владимир, 2003); V Всероссийская Научная Конференция студентов-физиков и молодых ученых ВНКСФ-5 (Екатеринбург; 1999); II зимняя школа по теоретической физике (Дубна, 2004); Итоговая научная студенческая конференция КГУ (1998-2000); Итоговая конференция Республиканского конкурса научных работ среди студентов и аспирантов на со-

искание премии им. Н.И. Лобачевского (Казань, 2002); Научный семинар кафедры теории относительности и гравитации КГУ (2003, 2004).

Публикации

Основные результаты работы опубликованы в 21 печатном труде, из которых 5 статей в международных зарубежных и российских журналах, 2 статьи в сборнике трудов международных конференций, 1 статья в сборнике трудов Российской конференции, 2 статьи в сборниках студенческих конференций и 11 тезисов докладов.

Структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, трех приложений и списка литературы, содержащего 194 наименования. Объем диссертации – 146 страниц машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение содержит описание актуальности проблемы, исследуемой в диссертации, обзор литературы по теме диссертации, формулировку цели и основных задач, а также краткое описание работы.

Первая глава носит справочный характер. В ней дается описание динамики частицы со спином и ее поляризации во внешних электромагнитном и гравитационном полях в рамках классической теории спина и общей теории относительности, кратко обсуждается связь классической и квантовой теории спина. Здесь же приводятся сведения из теории девиации мировых линий и ее обобщение на случай динамики заряженных частиц во внешних гравитационном и электромагнитном полях, дается описание системы частиц с дополнительными степенями свободы в рамках кинетической теории на расширенном фазовом пространстве. Приводится метрика нелинейной плоской ГВ, используемая

в работе в качестве фоновой, и рассматриваются примеры электромагнитных полей, наследующих симметрию гравитационно-волнового поля.

Во второй главе рассматривается эволюция частиц со спином на фоне нелинейной плоской ГВ и электромагнитного поля, наследующего симметрию ГВ. В качестве примеров такого электромагнитного поля используются (а) поле плоской электромагнитной волны (ЭМВ) и (б) продольное магнитное поле.

Раздел 2.1 посвящен интегрированию уравнений динамики индивидуальной частицы со спином и уравнений динамики вектора поляризации.

В пункте 2.1.1 дан вывод уравнений динамики частиц со спином во внешних электромагнитном и гравитационном полях *в терминах 4-векторов скорости и поляризации*.

В пункте 2.1.2 приведено описание модельных уравнений, являющихся минимальным обобщением уравнений БМТ на случай наличия внешнего гравитационного поля. В этой модели уравнения динамики 4-вектора скорости не зависят от 4-вектора поляризации, поэтому основное внимание при рассмотрении данной модели уделено поляризационным свойствам релятивистских частиц со спином. Найдены точные решения модельных уравнений, описывающих динамику частицы и эволюцию ее вектора поляризации в плосковолновых гравитационном и электромагнитном полях. Решение для 4-вектора поляризации записано в элементарных функциях в двух частных случаях: (а) если аномальный магнитный момент отсутствует и (б) ГВ обладает только одной (первой) поляризацией. Полученные результаты демонстрируют два типа прецессии вектора поляризации в плосковолновых ГВ и элек-

ромагнитном полях. Прецессия первого типа, относящаяся к *геодезической прецессии*, обусловлена минимальным воздействием поля нелинейной ГВ, обладающей двумя поляризациями, на спин частицы. Частота геодезической прецессии,

$$\omega(u) \equiv \beta'(u) \sinh 2\gamma(u),$$

где $u \equiv (ct - x^1)/\sqrt{2}$ – запаздывающее время, зависит от метрических функций $\beta(u)$ и $\gamma(u)$. В присутствии ГВ только первой ($\gamma = 0$) или только второй ($\beta = 0$) поляризации $\omega(u) = 0$, и прецессия данного типа исчезает. Частота прецессии второго типа,

$$\Omega(u) \equiv \tilde{\mu} \cdot A'_2(u) e^{-\beta(u)} L^{-1}(u),$$

пропорциональна величине аномального магнитного момента $\tilde{\mu}$ и зависит как от компоненты 4-вектора потенциала электромагнитного поля $A_2(u)$, так и от метрических функций, описывающих гравитационную волну, $\beta(u)$ и $L(u)$. Для периодических ГВ и ЭМВ, $A_2(u)$, $\beta(u)$ и $L(u)$ являются периодическими функциями запаздывающего времени u . Вследствие этого частота дополнительной прецессии $\Omega(u)$ есть *двойкопериодическая* функция, т.е. она зависит от периодов функций, описывающих как гравитационную, так и электромагнитную волны. В случае отсутствия аномального магнитного момента эта прецессия исчезает. В случае отсутствия гравитационного поля эта прецессия остается, но ее частота уже не является двойкопериодической функцией, а определяется лишь периодом ЭМВ.

В пункте 2.1.3 решены модельные уравнения, описывающие динамику частицы и эволюцию ее вектора поляризации в продольном МП на плосковолновом гравитационном фоне. Как показано в подпункте 2.1.3.2, решения для 4-вектора поляризации выражаются через решения уравнения Хилла, которое в случае периодической гравитационной

волны сводится к уравнению Матье. Из этого факта делается вывод, что прецессия вектора поляризации в продольном МП и поле нелинейной плоской ГВ сопровождается параметрическими осцилляциями, обусловленными гравитационно-волновым полем.

Раздел 2.2 посвящен интегрированию уравнений девиации, обобщенных на случай динамики частицы со спином в электромагнитных и гравитационных полях.

В пункте 2.2.1 построено обобщение теории девиации мировых линий на случай частиц с дополнительной векторной степенью свободы в поле внешних сил. В дополнение к 4-вектору n^i , ковариантно описывающему относительное отклонение траекторий двух частиц, введен 4-вектор η^i , ковариантно описывающий отклонение векторов поляризации двух частиц со спином.

Пункт 2.2.2 содержит точные решения обобщенных уравнений девиации в плосковолновых гравитационном и электромагнитном полях. В подпункте 2.2.2.2 найдены точные решения для η^i в частном случае ГВ первой поляризации. Показано, что при наличии аномального магнитного момента вектор отклонения поляризации испытывает прецессию с той же частотой $\Omega(u)$, что и сам вектор поляризации.

В пункте 2.2.3 приведены точные решения обобщенных уравнений девиации в продольном МП на плосковолновом гравитационном фоне. В подпункте 2.2.3.2 продемонстрирован параметрический характер эволюции вектора отклонения поляризации η^i , обусловленный зависимостью η^i от вектора отклонения мировых линий n^i , который, согласно изложенному в подпункте 2.2.3.1, выражается через функции Хилла.

В разделе 2.3 в рамках релятивистской кинетической теории на 12-мерном фазовом пространстве, расширенном за счет введения в рас-

смотрение дополнительных спиновых степеней свободы, дано описание системы частиц со спином в поле ГВ и ЭМВ, наследующей симметрию ГВ.

В пункте 2.3.1 приведены решения уравнений эволюции индивидуальной частицы, являющихся характеристиками релятивистского кинетического уравнения.

В пункте 2.3.3 из интегралов движения, полученных в результате решения уравнений эволюции индивидуальной частицы, построено решение релятивистского кинетического уравнения – одночастичная функция распределения.

Пункт 2.3.4 содержит расчет макроскопических моментов функции распределения, описывающих динамические и поляризационные свойства системы.

В пункте 2.3.5 проводится обсуждение поляризационных свойств системы. Рассмотрен случай, когда разность проекций вектора поляризации на два взаимно перпендикулярных направления в плоскости фронта ГВ, являющаяся скалярной величиной, равна нулю в отсутствие ГВ и не равна нулю в поле ГВ, вследствие чего отличие от нуля указанной скалярной величины может рассматриваться как инвариантный критерий прихода ГВ.

Третья глава посвящена эволюции частиц со спином во внешнем поле нелинейной плоской ГВ в отсутствие электромагнитного поля в рамках неминимального обобщения эволюционных уравнений.

В разделе 3.1 приведены модельные уравнения динамики частицы и ее вектора поляризации, в качестве которых рассмотрено *неминимальное* обобщение уравнений БМТ. В рассмотрение вовлечен тензор кривизны, и силы, построенные на тензоре кривизны (т.н. “прилив-

ные силы”). Динамика частицы в рассматриваемой модели представлена уравнением Матиссона-Папапетру. По аналогии с аномальным магнитным моментом, вводится параметр Q , описывающий аномальное взаимодействие спина с кривизной. Подчеркнуто, что характерным отличием данной модели от предыдущей является взаимозависимость 4-векторов скорости и поляризации, в связи с чем интерес для анализа представляют как поляризационные свойства системы, так и ее динамические характеристики, зависящие от спиновых параметров.

В пункте 3.1.1 выписаны модельные уравнения для массивных частиц со спином в терминах 4-векторов скорости и поляризации.

В пункте 3.1.2 приведены аналогичные уравнения эволюции для *бесмассовых частиц* – фотонов, записанные в терминах волнового вектора и безразмерного вектора поляризации.

Раздел 3.2 посвящен точным решениям модельных уравнений эволюции частицы со спином в поле нелинейной плоской ГВ.

В пункте 3.2.1 система уравнений эволюции сведена к ключевой подсистеме уравнений.

В пункте 3.2.2 найдены точные решения ключевой подсистемы. Эти решения представлены в терминах элементарных функций для случаев отсутствия аномального взаимодействия спина с кривизной и для случая ГВ первой поляризации.

В пункте 3.2.3 показано, что аномальное спин-гравитационное взаимодействие приводит к новому типу эволюции 4-векторов скорости и поляризации, который мы называли гиперболической прецессией, поскольку зависимость скорости и поляризации от величины аномального спин-гравитационного взаимодействия выражается в гиперболических синусах и косинусах.

В пункте 3.2.4 рассматривается модель, в которой параметр, описывающий взаимодействие спина и кривизны, имеет статус стохастической переменной, подчиняющейся Гауссовому распределению с нулевым средним значением. Показано, что в этой модели вклад аномального взаимодействия в изменение компонент 4-векторов скорости и поляризации пропорционален квадрату дисперсии Гауссова распределения.

Пункт 3.2.5 посвящен обсуждению результатов раздела 3.1. В подпункте 3.2.5.3 для случая отсутствия аномального спин-гравитационного взаимодействия частицы, изначально покоящейся в выбранной системе отсчета, приведена явная зависимость энергии частицы \mathcal{E} от поляризационных параметров E_2 и E_3 в поле ГВ первой поляризации. Эта зависимость имеет следующий вид:

$$\mathcal{E}(u) = mc^2 + \frac{1}{4m} \left\{ E_3^2 \left[\frac{L'(u)}{L(u)} + \beta'(u) \right]^2 + E_2^2 \left[\frac{L'(u)}{L(u)} - \beta'(u) \right]^2 \right\}.$$

В отсутствие ГВ $L = 1$, $L' = 0$, $\beta' = 0$, и зависимость энергии от поляризационных параметров исчезает. Аналогичная формула для фотонов, приведенная в подпункте 3.2.5.4, свидетельствует о явлении двойного лучепреломления, индуцированного кривизной пространства-времени, ассоциированного с полем ГВ.

В разделе 3.3 найдены точные решения обобщенных уравнений девиации фотонов в поле нелинейной плоской ГВ первой поляризации. Показано, что в поле ГВ вектор отклонения мировых линий зависит от начальных значений как вектора поляризации, так и вектора отклонения поляризации.

Разделы 3.4 и 3.5 посвящены, соответственно, кинетическому описанию системы массивных частиц со спином и фотонов в поле нелинейной плоской ГВ. Структура этих разделов совпадает со структурой

раздела 2.3.

На основе макроскопических моментов одночастичной функции распределения, представленных в пунктах 3.4.4 и 3.5.4, продемонстрирована явная зависимость динамических характеристик системы частиц со спином от поляризационных параметров.

В подпункте 3.5.5.2 для частного случая отсутствия действия приливных сил установлено точное соответствие между электродинамическим описанием фотонов и кинетическим описанием, применявшемся в данной работе.

В Заключение обсуждаются выявленные в ходе исследования особенности динамики частиц со спином и их поляризационные свойства в поле нелинейной плоской ГВ. Сформулированы основные результаты исследования и положения, выносимые на защиту.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертации исследовано поведение релятивистских частиц со спином и их поляризационные свойства в поле нелинейной плоской ГВ. Исследование проведено на примере объектов трех типов: индивидуальной частицы, для которой решаются уравнения динамики, пары частиц, для которых введены в рассмотрение и проинтегрированы обобщенные уравнения отклонения, и системы многих частиц со спином, описание которой строится в рамках релятивистской кинетической теории на расширенном за счет введение в рассмотрение дополнительных спиновых степеней свободы фазовом пространстве.

В качестве базовых моделей используются минимальное и неминимальное обобщения уравнений БМТ, описывающих динамику заряженной частицы и эволюцию вектора поляризации с учетом аномального магнитного момента. При работе в рамках неминимального обобщения

мы ограничились случаем, когда электромагнитное поле отсутствует. Это позволяет найти точные решения уравнений эволюции частицы со спином в гравитационном поле, которое входит в уравнение динамики частицы и в уравнение эволюции вектора поляризации в виде метрики, связности и тензора кривизны.

В результате проведенного исследования выявлен характер изменения поляризационных свойств релятивистских частиц со спином и систем таких частиц под воздействием гравитационного излучения. В частности, найдены инвариантные критерии прихода ГВ, основанные на изменении поляризационных свойств релятивистских частиц со спином. Кроме того, в рамках неминимального обобщения найдена и изучена гравитационно-индуцированная зависимость динамики релятивистских частиц со спином и их систем от поляризационных свойств.

Исследование эволюции релятивистских частиц со спином в поле гравитационного излучения имеет дальнейшие перспективы. В качестве базовых уравнений динамики могут быть рассмотрены более сложные неминимальные модели, учитывающие электромагнитное поле. Такие уравнения известны, но решения их в поле нелинейной ГВ пока не найдены. В качестве систем частиц со спином могут быть рассмотрены поляризованные пучки, что даст возможность детально исследовать изменения поляризационных свойств частиц со спином в поле ГВ, которые, очевидно, будут различными для разных типов пучков и их начальной поляризации.

ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. В рамках минимального обобщения модели Баргманна-Мишеля-Телегди найдены точные решения эволюционных уравнений, описывающие динамику поляризации релятивистской частицы со спином в магнитном поле и поле периодического гравитационного излучения. Показано, что прецессия вектора поляризации сопровождается параметрическими осцилляциями.

2. Найдены точные решения эволюционных уравнений для релятивистской частицы со спином и аномальным магнитным моментом в плосковолновых периодических гравитационном и электромагнитном полях. Показано, что наряду с геодезической прецессией вектор поляризации испытывает индуцированные внешними полями двояко-периодические осцилляции.

3. Найдены точные решения неминимальных уравнений эволюции частицы со спином с учетом аномального взаимодействия спина и кривизны на фоне нелинейной плоской гравитационной волны; показано, что аномальное взаимодействие спина и кривизны порождает новый тип прецессии вектора поляризации, названный гиперболической прецессией.

4. Построено обобщение теории геодезического отклонения для двух частиц со спином во внешнем поле и найдены точные решения обобщенных уравнений девиации на фоне нелинейной плоской гравитационной волны.

5. В рамках обобщенной релятивистской кинетической теории, сформулированной для двенадцатимерной функции распределения, заданной на расширенном фазовом пространстве, найдены и исследованы точные решения эволюционных уравнений и макроскопические сред-

ние величины для систем массивных и безмассовых частиц со спином, который рассматривается как дополнительная векторная степень свободы при усреднении по статистическому ансамблю.

6. Предложена и исследована точно интегрируемая 13-мерная кинетическая модель, в которой параметр, описывающий взаимодействие спина и кривизны, ассоциируемой с полем гравитационного излучения, имеет статус стохастической переменной.

7. Построена точно интегрируемая модель для фотонов в поле гравитационного излучения, описывающая известное в электродинамике явление - двойное лучепреломление, индуцированное кривизной.

ПУБЛИКАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

Основные результаты работы опубликованы в следующих статьях и тезисах докладов:

- [1] Курбанова, В. Р. Приливные взаимодействия и поляризация бозонов в поле гравитационного излучения / В. Р. Курбанова, А. Б. Балакин // Новейшие проблемы теории поля. 1998 / ред.: проф. А. В. Аминова – Казань : Канцлер, 1999. – С. 204–210.
- [2] Курбанова, В. Р. Поляризационно-приливные взаимодействия, индуцированные полем гравитационной излучения // В. Р. Курбанова // Труды общефакультетского научного физического семинара студентов – Казань, 1999. – С. 66–71.
- [3] Курбанова, В. Р. Об аномальном взаимодействии спина с кривизной / В. Р. Курбанова // Труды общефакультетского научного физического семинара студентов – Казань, 2000. – С. 59–64.

- [4] Kurbanova, V. R. Polarization-tidal phenomena in bozon systems in the field of gravitational radiation / V. R. Kurbanova // Новейшие проблемы теории поля. 1999–2000 / ред.: проф. А. В. Аминова – Казань: Хэтер, 1999. – С. 182–191.
- [5] Balakin, A. Relativistic dynamics of vector bosons in the field of gravitational radiation / A. Balakin, V. Kurbanova // Foundations of Physics. – 2001. – V. 31. – № 7. – P. 1039–1049.
- [6] Kurbanova, V. R. Dynamic model for birefringence induced by curvature / V.R. Kurbanova, A. B. Balakin // Spacetime & Substance. – 2001. – V. 2. – № 2. – P. 82–83.
- [7] Balakin, A. Precession of a particle with anomalous magnetic moment in electromagnetic and gravitational pp-wave fields / A. Balakin, V. Kurbanova, W. Zimdahl // Gravitation & Cosmology. – 2002. – V. 8. – Suppl. 2. – P. 6–9.
- [8] Balakin, A. B. Parametric phenomena of the particle dynamics in a periodic gravitational wave field / Alexander B. Balakin, Veronika R. Kurbanova, Winfried Zimdahl // Journal of Mathematical Physics. – 2003. – V. 44. – № 11. – P. 5120–5140.
- [9] Балакин, А. Б. Кинетический подход к описанию приливных явлений в электродинамических системах / А. Б. Балакин, В. Р. Курбанова // Сб. науч. тр. Пятой Российской конференции по атмосферному электричеству : в 2 т. Т. 2 / редкол.: к.ф.-м.н., доц. Л. В. Грунская и др. – Владимир: Транзит Икс, 2003. – С. 13–16.
- [10] Balakin, A. Anomalous polarization-curvature interaction in a gravitational-wave field / Alexander Balakin, Veronika Kurbanova // Gravitation & Cosmology. – 2004. – V. 10. – № 1-2. – P. 98–106.

- [11] Курбанова, В. Р. Приливные взаимодействия и поляризация бозонов в поле гравитационного излучения / Курбанова В.Р., Балакин А.Б // Тез. докл. X Международной школы-семинара “Волга – 10’98” по современным проблемам теоретической и математической физики – Казань, 1998. – С. 34–36.
- [12] Курбанова, В. Р. Гравитационное излучение и приливные явления в массивной электродинамике (кинетический подход к проблеме) / Курбанова В.Р., Балакин А. Б. // Тез. докл. V Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых ВНКСФ-5. – Екатеринбург, 1999. – С. 385–387.
- [13] Курбанова, В. Р. Поляризационно–приливные взаимодействия, индуцированные полем гравитационного излучения / В. Р. Курбанова // Тез. докл. XI Международной школы–семинара “Волга-11’99” по современным проблемам теоретической и математической физики – Казань, 1999. – С. 46–47.
- [14] Курбанова, В. Р. Эволюция поляризационных свойств фотонных систем под действием гравитационного излучения / В. Р. Курбанова // Тез. докл. студенческой научной конференции физического факультета КГУ. – Казань, 2000. – С. 16.
- [15] Kurbanova, V. R. Polarization-tidal model of birefringence in the gravitational wave field / V. Kurbanova // Гравитация, космология и релятивистская астрофизика “GRAV2000” : программа конференции и тез. докл. – Харьков, 2000 – С. 25.
- [16] Курбанова, В. Р. Гравитационное излучение и скрытые взаимодействия в многочастичных системах / В. Р. Курбанова // Тез. докл. студенческой научной конференции физического факультета

КГУ. – Казань, 2001. – С. 21.

- [17] Kurbanova, V. Kinetics of photons in a gravitational wave background / V. Kurbanova // Тез. докл. XIII Международной школы-семинара “Волга–2001” по современным проблемам теоретической и математической физики. – Казань, 2001. – С. 94–95.
- [18] Kurbanova, V. Gravitational radiation and hidden interactions in multipartial systems / V. Kurbanova // “Geometrization of physics V” : Abstracts of Contributed papers. – Kazan, 2001. – P. 23.
- [19] Kurbanova, V. Evolution of relativistic many-particle systems with supplementary degrees of freedom in a gravitational radiation background / V. Kurbanova // Abstracts of Contributed Papers. V International Conference on Gravitation and Astrophysics of Asian-Pacific Countries. – Moscow, 2001. – P. 17–18.
- [20] Курбанова, В. Р. Эволюция релятивистских многочастичных систем со скрытыми взаимодействиями в поле гравитационного излучения / Курбанова В. Р // Тез. докл. итоговой конференции Республиканского конкурса научных работ среди студентов и аспирантов на соискание премии им. Н.И. Лобачевского : в 2 т. Т 1. – Казань, 2002 – С. 207–208.
- [21] Курбанова, В. Кинетическое описание эволюции фотонов в гравитационно-волновом поле / В. Курбанова // Тез. докл. XV Международной школы-семинара “Волга–2003” по современным проблемам теоретической и математической физики. – Казань, 2003. – С. 30.